Dit artikel is in enigszins aangepaste vorm gepubliceerd [1] in 'Der Stahlbau' ter gelegenheid van de 70ste verjaardag van Prof. Dr.-Ing. J. Lindner.

Toetsingsregels voor kipstabiliteit van U-profielen met belastingen op het lijf

prof. ir. H.H. (Bert) Snijder[1], dr. ir. J.C.D. (Hans) Hoenderkamp[1], dr. ir. M.C.M. (Monique) Bakker[1], ir. H.M.G.M. (Henri) Steenbergen[2], ir. C.H.M. (Karin) de Louw[1,3]

[1]Technische Universiteit Eindhoven, Faculteit Bouwkunde, Constructief Ontwerpen
[2]TNO Bouw en Ondergrond
[3]Aveco de Bondt

Samenvatting
U-profielen worden in de praktijk veel toegepast als liggers. Echter, toetsingsregels voor excentrisch belaste (niet door het dwarskrachtencentrum belaste) liggers bestaande uit U-profielen zijn niet beschikbaar in Eurocode 3 en de TGB-Staal. In dit artikel worden zes voorgestelde toetsingsregels samengevat en toegelicht. Hun geldigheid wordt gevalideerd door middel van eindige elementenberekeningen. De toetsingsregels geven bezwijklasten die worden vergeleken met bezwijklasten verkregen met geometrische en materiaal niet-lineaire analyses van liggers met imperfecties (GMNIA) en met een U-vormige doorsnede. Er wordt een parameterstudie uitgevoerd door de dimensies van de doorsnede, de verhouding tussen overspanning en hoogte van de doorsnede, het type belasting en het aangrijpingspunt van de belasting te variëren. De parameterstudie wordt beperkt tot een belasting die aangrijpt op het lijf in de richting van het lijf loodrecht op de flenzen. Op basis van de resultaten van de parameterstudie wordt een modificatie van een van de voorgestelde toetsingsregels voorgesteld, die leidt tot een nieuwe toetsingsregel die in lijn is met de toetsingsregels van Eurocode 3.

Trefwoorden
Kipstabiliteit, U-profiel, toetsingsregel, niet-lineaire analyse, eindige elementenmethode, ligger, buiging, torsie

1. Inleiding

Stalen U-profielen worden vaak gebruikt in de bouwpraktijk. Het constructieve gedrag van op buiging belaste U-profielen verschilt van dat van dubbelsymmetrische profielen zoals massieve rechthoekige doorsneden of I-profielen. Zie Figuur 1. Het verschil wordt veroorzaakt doordat het dwarskrachtencentrum (D) en het zwaartepunt van de doorsnede (Z) niet samenvallen. Indien de aangebrachte belasting door het dwarskrachtencentrum van een U-profiel gaat (Figuur 1c), dan wordt de belasting 'centrisch' genoemd. Er is aangetoond [2,3] dat de standaard toetsingsregels voor kipstabiliteit van dubbelsymmetrische doorsneden volgens Eurocode 3 en de TGB-Staal gebruikt kunnen worden voor de toetsing van centrisch belaste U-profielen. In een 1ste orde analyse zal de doorsnede niet roteren. In een 2de orde analyse roteert de doorsnede door het zijdelings uitknikken van de gedrukte flens bij het bereiken van de kiplast.
Indien de aangebrachte belasting niet door het dwarskrachtencentrum gaat (Figuur 1d), dan wordt de belasting 'excentrisch' genoemd en naast buiging ontstaat ook 1ste orde torsie en rotatie van de doorsnede. In een 2de orde analyse wordt de rotatie van de doorsnede vergroot doordat de drukkracht in de flens de zijdelingse uitbuiging van de flens vergroot.

In de bouwpraktijk worden U-profielen meestal excentrisch belast. Echter, toetsingsregels specifiek voor de kipstabiliteit van excentrisch belaste U-profielen belast als ligger zijn in Eurocode 3 [4] niet beschikbaar. In de literatuur hebben de auteurs vijf verschillende voorstellen voor toetsingsregels voor kipstabiliteit van excentrisch belaste U-profielen gevonden. In dit artikel worden bezwijklasten volgens deze toetsingsregels vergeleken met die volgens geometrische en materiaal niet-lineaire analyses van liggers met imperfecties (GMNIA) [5]. Op basis van een parameterstudie wordt een nieuwe toetsingsregel voorgesteld die in lijn is met Eurocode 3.

2. Toetsingsregels

Bij de Technische Universiteit Eindhoven zijn eerdere studies uitgevoerd naar de kipstabiliteit van U-profielen, die zich enerzijds concentreerden op het uitvoeren van experimenten in het laboratorium [6] en anderzijds op eindige elementensimulaties [7]. Dit onderzoek heeft geleid tot een voorstel voor een toetsingsregel [3] gebaseerd op de Merchant-Rankine formule.
In een gezamenlijk project van diverse Duitse universiteiten is onderzoek gedaan naar de "Invloed van torsie op de uiterste draagkracht van doorsneden en constructie-elementen - Onderzoekingen naar de invloed van torsie-effecten op de plastische doorsnedecapaciteit en de uiterste draagkracht van staalprofielen" [8-17] ("Einfluss der Torsion auf die Grenztragfähigkeit von Querschnitten und Bauteile – Untersuchungen zum Einfluss der Torsionseffekte auf die plastische Querschnittstragfähigkeit und die Bautragfähigkeit von Stahlprofilen"). Dit onderzoek heeft drie voorstellen opgeleverd voor toetsingsregels voor de kipstabiliteit van liggers bestaande uit warmgewalste U-profielen.
In Eurocode 3 [4] wordt de zogenaamde 'Algemene methode' gegeven die ook kan worden gebruikt voor de berekening van liggers met een U-vormige doorsnede.

2.1 Gemodificeerde Merchant-Rankine methode

De 'Gemodificeerde Merchant-Rankine methode' is voortgekomen uit Nederlands onderzoek aan de Technische Universiteit Eindhoven. Deze toetsingsregel [3] is gebaseerd op de Merchant-Rankine formule die is gemodificeerd voor de bezwijklast van excentrisch belaste U-profielen:

$$F_{MR} = \frac{1}{\frac{1}{F_{cr}} + \frac{1}{F_{pl}}} + \mu \cdot F_{pl} \tag{1}$$

Waarin:
F_{pl} is de 1^ste^ orde plastische bezwijklast van een ligger zoals weergegeven in Tabel 1;
F_{cr} is de kritieke elastische (Eulerse) kniklast van de ligger zoals weergegeven in Tabel 1;
μ is een correctiefactor gegeven in Tabel 1.

2.2 Gemodificeerde κ_M -methode

De 'Gemodificeerde κ_M -methode' is gebaseerd op de toetsingsregel voor kipstabiliteit van de DIN. De toetsingsregel voor kipstabiliteit van op buiging belaste liggers met dubbelsymmetrische doorsneden in DIN 18 800 [18] is als volgt:

$$\frac{M}{\kappa_M \cdot M_{pl}} \leq 1{,}0 \tag{2}$$

Waarin:
M is de rekenwaarde van het buigend moment ten gevolge van de belasting;
M_{pl} is de plastische momentcapaciteit van de doorsnede;
κ_M is de reductiefactor voor kipstabiliteit van I-profielen gegeven door:

$$\kappa_M = \left(1 + \bar{\lambda}_M^5\right)^{-0,4} \tag{3}$$

Deze toetsingsregel is analoog aan die van Eurocode 3 [4] behalve wat betreft de kipkromme als weergegeven door vergelijking (3). De relatieve slankheid $\overline{\lambda}_M$, die nodig is om de reductiefactor κ_M te verkrijgen, moet eerst worden berekend:

$$\overline{\lambda}_M = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} \tag{4}$$

Waarin:

M_{cr} is het kritieke elastische kipmoment.

Voor U-profielen wordt de reductiefactor κ_M op een andere wijze bepaald dan voor dubbelsymmetrische profielen en wel als volgt. Eerst moet de relatieve slankheid $\overline{\lambda}_M$ worden aangepast om het effect van torsie in rekening te brengen. Dit wordt bereikt [8] door een term $\overline{\lambda}_T$ toe te voegen aan $\overline{\lambda}_M$ wat resulteert in een relatieve slankheid $\overline{\lambda}_{MT}$ waarin de invloed van torsie is opgenomen. Dit is alleen nodig indien de relatieve slankheid $\overline{\lambda}_M$ groter is dan 0,5 omdat de invloed van 2de orde effecten in geval van relatief korte liggers beperkt is. Deze methode resulteert in een gemodificeerde reductiefactor die als volgt wordt verkregen:

$$\kappa_{MT} = \left(1 + \overline{\lambda}_{MT}^5\right)^{-0,4} \tag{5}$$

Hierin is de relatieve slankheid, waarin de invloed van torsie is verwerkt, gedefinieerd als:

$$\overline{\lambda}_{MT} = \overline{\lambda}_M + \overline{\lambda}_T \tag{6}$$

De torsieterm $\overline{\lambda}_T$ hangt als volgt af van de relatieve slankheid:

$$\begin{aligned} \overline{\lambda}_T &= 1{,}11 - \overline{\lambda}_M && \text{als} \quad 0{,}5 \le \overline{\lambda}_M < 0{,}75 \\ \overline{\lambda}_T &= 0{,}69 - 0{,}44\overline{\lambda}_M && \text{als} \quad 0{,}75 \le \overline{\lambda}_M < 1{,}14 \\ \overline{\lambda}_T &= 0{,}19 && \text{als} \quad \overline{\lambda}_M \ge 1{,}14 \end{aligned} \tag{7}$$

De reductiefactor κ_M in vergelijking (2) wordt nu vervangen door de reductiefactor κ_{MT} van vergelijking (5). Deze toetsingsregel geldt voor U-profielen belast door een uniforme gelijkmatig verdeelde belasting die aangrijpt op het lijf.

2.3 Gemodificeerde χ_{LT} -methode

De 'Gemodificeerde χ_{LT} -methode' is gebaseerd op de toetsingsregel voor kipstabiliteit van de Eurocode en komt voort uit Nederlands onderzoek uitgevoerd aan de Technische Universiteit Eindhoven. In plaats van vergelijking (5) voor de kipkromme ter bepaling van de reductiefactor volgens de DIN, kan $\overline{\lambda}_{MT}$ ook worden gebruikt in combinatie met kipkrommes volgens Eurocode 3 ter verkrijging van de reductiefactor χ_{LT} :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \overline{\lambda}_{MT}^2}} \tag{8}$$

met:

$$\Phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\overline{\lambda}_{MT} - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}_{MT}^2\right] \tag{9}$$

Waarin:

$\overline{\lambda}_{MT}$ is de gemodificeerde relatieve slankheid volgens vergelijking (6);

α_{LT} is de imperfectiefactor voor de betreffende kipkromme.

Deze reductiefactor vervangt dan κ_M in vergelijking (2) ter bepaling van de bezwijklast. De toetsingsregel wordt dan:

$$\frac{M}{\chi_{LT} \cdot M_{pl}} \leq 1{,}0 \tag{10}$$

Op deze manier wordt het effect van torsie bij U-profielen verwerkt in de toetsingsregel van Eurocode 3 voor kipstabiliteit van op buiging belaste liggers met dubbelsymmetrische doorsnede. Dit wordt de 'Gemodificeerde χ_{LT}-methode' genoemd.

2.4 Tweede-orde theorie, de α_{ϑ}-methode

Bij de toetsingsregel volgens de 'Tweede-orde theorie, de α_{ϑ}-methode' [9] wordt de 2^{de} orde theorie gebruikt om de inwendige krachten te bepalen voor de situatie die is weergegeven in Figuur 1d, waarin een ligger excentrisch wordt belast op het lijf van het U-profiel. Dit introduceert een torsiemoment. De inwendige krachten worden getoetst op basis van de spanningen die ze tot gevolg hebben. De berekeningsprocedure voor deze methode is nogal uitgebreid en wordt daarom hier weggelaten.

2.5 Vereenvoudigde toetsingsregel

In Duitsland is een grootschalig onderzoek uitgevoerd, bestaande uit proeven en simulaties met de eindige elementenmethode. Dit onderzoek [15] heeft geleid tot een 'Vereenvoudigde toetsingsregel' voor de kipstabiliteit van liggers met U-vormige doorsneden. De originele formules zijn gepubliceerd voor dubbele buiging en worden hier in vereenvoudigde vorm voor enkele buiging gepresenteerd:

$$\frac{M}{\chi_{LT} \cdot M_{pl}} + k_w \cdot \alpha \cdot \frac{M_{\omega}}{M_{pl,\omega}} \leq 1.0 \tag{11}$$

$$k_w = 0{,}7 - 0{,}2\frac{M_{\omega}}{M_{pl,\omega}} \tag{12}$$

$$\alpha = \frac{1}{1 - \frac{M}{M_{cr}}} \tag{13}$$

Waarin:

α is een vergrotingsfactor;
M_{ω} is het aangebrachte bi-moment;
$M_{pl,\omega}$ is de plastische capaciteit met betrekking tot het bi-moment;
k_w is een factor die de invloed van het torsiemoment vertegenwoordigt.

Deze toetsingsregel is als enige toepasbaar voor alle belastinggevallen, alle aangrijpingspunten van de belasting en alle groottes van de excentriciteit.

2.6 Algemene methode

In Eurocode 3 [4] wordt aangegeven dat de zogenaamde 'Algemene methode' gebruikt kan worden voor de toetsing van liggers met U-vormige doorsnede die excentrisch worden belast. Samengevat, houdt de 'Algemene methode' de volgende toetsing in:

$$\frac{\chi_{op} \cdot \alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1.0 \tag{14}$$

Waarin:

γ_{M1} is een partiële veiligheidsfactor voor instabiliteit van staven: $\gamma_{M1} = 1$;

χ_{op} is de laagste waarde van de reductiefactoren voor zijdelings uitknikken en voor kipstabiliteit, respectievelijk χ en χ_{LT}, gebaseerd op de algemene relatieve slankheid $\bar{\lambda}_{op}$:

$$\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}} \tag{15}$$

Waarin:

$\alpha_{ult,k}$ is de minimale waarde van de factor waarmee de rekenwaarden van de belastingen moeten worden verhoogd om de elasto-plastische bezwijklast te verkrijgen, gebaseerd op het gedrag in het vlak van de constructie zonder zijdelings knikken of kipstabiliteit maar inclusief alle effecten van geometrische vervorming en van algemene en lokale imperfecties in het vlak van de constructie;

$\alpha_{cr,op}$ is de minimale waarde van de factor waarmee de rekenwaarden van de belastingen in het vlak moeten worden verhoogd om de kritieke elastische last met betrekking tot instabiliteit uit het vlak (knik of kip) van de constructie te verkrijgen zonder rekening te houden met knik in het vlak.

3. Eindige elementenmethode

De bezwijklasten volgens de voorgestelde toetsingsregels worden vergeleken met bezwijklasten verkregen met de eindige elementenmethode (EEM). Het gebruikte eindige elementenprogramma is ANSYS release 10.0.

3.1 Elementen

De diktes van flenzen en lijf van een U-profiel zijn relatief klein vergeleken met de andere afmetingen. Daarom worden schaalelementen gebruikt. Er is gekozen voor 4-knoops schaalelementen (SHELL181), gebaseerd op de Mindlin schaaltheorie met 7 integratiepunten in dikterichting van het schaalelement.

3.2 Model

In dit onderzoek wordt de doorsnede (Figuur 2a) verdeeld in verschillende elementen, 12 elementen in het lijf en 8 elementen in de flens. Voor overspanningen van liggers kleiner dan 2,8 meter is het aantal elementen in lengterichting 28 om een toename van de discretisatiefout te voorkomen. Indien de overspanning groter is dan 2,8 meter dan wordt als elementlengte 100 mm aangehouden om dezelfde lengte-breedte-verhouding aan te houden. Er is besloten om de afrondingsstralen bij de aansluiting van flenzen en lijf inde EEM berekeningen te verwaarlozen en dus de doorsnede aan te passen ten opzichte van een reëel U-profiel. Dit betekent dat alle doorsnede-eigenschappen benodigd bij toepassing van de hiervoor geïntroduceerde toetsingsregels bepaald moeten worden voor deze gemodelleerde aangepaste doorsnede.
De eindopleggingen van de ligger worden ook in Figuur 2b weergegeven. Ter hoogte van het midden van het lijf zijn bij één uiteinde van de ligger de verplaatsingen in de x-, y- en z-richtingen gelijk aan nul (scharnierend opgelegd). Bij het andere uiteinde zijn alleen de verplaatsingen in de y- en z-richtingen gelijk aan nul (roloplegging). Verder zijn in de hoeken van de doorsnede de verplaatsingen in de y-richting gelijk aan nul.
Langs de randen van de doorsnede zijn bij de opleggingen extra balkelementen met hoge buigstijfheid in beide richtingen aangebracht, zodanig dat de liggeruiteinden vrij kunnen welven maar niet kunnen torderen. Deze stijve balkelementen hebben een kleine oppervlakte van de doorsnede om dwarscontractie in de schaalelementen mogelijk te maken. Het toekennen van een erg kleine torsiestijfheid aan deze balkelementen voorkomt dat de U-vormige ligger indirect extra stijfheid krijgt via deze balkelementen.

3.3 Imperfecties

Ter verkrijging van de bezwijklast worden geometrische en materiaal niet-lineaire analyses van liggers met imperfecties (GMNIA) uitgevoerd. De imperfecties die bij deze analyses moeten worden aangebracht bestaan uit geometrische imperfecties en restspanningen. De vorm van de geometrische imperfectie wordt gekozen in overeenstemming met de (Eulerse) kipvorm, wat in lijn is met Eurocode 3. De maximale grootte van de imperfectie wordt aangenomen op $L/1000$, wat een algemeen geaccepteerde waarde is voor de situatie dat restspanningen expliciet in rekening worden gebracht [19]. De richting van de imperfectie wordt gekozen in de richting van de excentriciteit waarmee het ongunstigste resultaat wordt verkregen. De bezwijklast is dan het laagst.

Metingen van restspanningen in U-profielen zijn in de literatuur niet beschikbaar. Voor veelgebruikte IPE-profielen zijn de restspanningen wel bekend en weergegeven in Figuur 3a. Het toepassen van dezelfde grootte van de restspanningen bij een U-profiel zou een restspanningspatroon opleveren als weergegeven in Figuur 3b. Dit restspanningspatroon brengt het effect van afkoeling en vervormingen tijdens het walsproces niet correct in rekening. Daarom worden de theoretisch verkregen restspanningen [15] van Figuur 3c aangehouden.

3.4 Materiaal

De gebruikte staalsoort in alle analyses is S235 met een vloeigrens van 235 N/mm^2. Een bi-lineair spannings-rekdiagram is gebruikt met een elasticiteitsmodulus van 210 kN/mm^2. Het vloeicriterium van Von-Mises wordt toegepast.

4. Voorbeeldberekeningen

In deze paragraaf worden de berekeningen ter verkrijging van de bezwijklasten volgens de toetsingsregels en de resultaten van eindige elementenanalyses weergegeven voor de ligger met U-profiel als weergegeven in Figuur 4. De afmetingen van de doorsnede corresponderen met die van een aangepast UPE160-profiel, dat wil zeggen zonder afrondingsstralen. De ligger heeft een overspanning van 2800 mm en wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenflens in het vlak van het lijf.

4.1 Berekeningen met de toetsingsregels

4.1.1 Gemodificeerde Merchant-Rankine methode

Deze methode is oorspronkelijk ontwikkeld voor een ligger met twee puntlasten; zie Tabel 1. Omdat de momentenlijn ten gevolge van twee puntlasten verschilt van die ten gevolge van een gelijkmatig verdeelde belasting, moet de toetsingsregel van vergelijking (1) voor puntlasten worden aangepast om hem geschikt te maken voor een gelijkmatig verdeelde belasting, ofwel:

$$q_{MR} = \frac{1}{\dfrac{1}{q_{cr}} + \dfrac{1}{q_{pl}}} + \mu \cdot q_{pl} \tag{16}$$

Waarin:

q_{MR} is de op de Merchant-Rankine formule gebaseerde gelijkmatig verdeelde bezwijklast;

q_{pl} is de 1ste orde plastische gelijkmatig verdeelde bezwijklast;

q_{cr} is de kritieke elastische (Eulerse) gelijkmatig verdeelde kniklast;

μ is een correctiefactor gegeven in Tabel 1: voor dit geval geldt $\mu = 0{,}06$.

De kritieke elastische (Eulerse) gelijkmatig verdeelde kniklast wordt numeriek bepaald. Voor een gelijkmatig verdeelde belasting aangebracht op de bovenflens is $M_{cr} = 35{,}56$ kNm en dus geldt $q_{cr} = 36{,}29$ N/mm.
De plastische momentcapaciteit van de doorsnede wordt ook numeriek bepaald: $M_{pl} = 32{,}03$ kNm. Dit resulteert in een 1ste orde plastische gelijkmatig verdeelde bezwijklast ter grootte van $q_{pl} = 32{,}68$ N/mm. De gelijkmatig verdeelde bezwijklast volgens de 'Gemodificeerde Merchant-Rankine methode' wordt dan:

$$q_{MR} = \frac{1}{\frac{1}{36{,}29} + \frac{1}{32{,}68}} + 0{,}06 \cdot 32{,}68 = 19{,}16 \text{ N/mm}$$

4.1.2 Gemodificeerde κ_M -methode

Gebruik makend van vergelijking (4) wordt de relatieve slankheid als volgt:

$$\bar{\lambda}_M = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{32{,}03}{35{,}56}} = 0{,}95$$

De invloed van torsie wordt weergegeven door vergelijking (7):

$$\bar{\lambda}_T = 0{,}69 - 0{,}44\bar{\lambda}_M = 0{,}69 - 0{,}44 \cdot 0{,}95 = 0{,}27$$

De relatieve slankheid inclusief het effect van torsie is dan met vergelijking (6) gelijk aan:

$$\bar{\lambda}_{MT} = \bar{\lambda}_M + \bar{\lambda}_T = 0{,}95 + 0{,}27 = 1{,}22$$

Vervolgens wordt de reductiefactor verkregen met vergelijking (5):

$$\kappa_{MT} = \left(1 + \bar{\lambda}_{MT}^5\right)^{-0{,}4} = \left(1 + 1{,}22^5\right)^{-0{,}4} = 0{,}59$$

Gebruik makend van vergelijking (2) wordt het bezwijkmoment $M_{u,Mod-\kappa}$ als volgt berekend:

$$M_{u,Mod-\kappa} = \kappa_{MT} \cdot M_{pl} = 0{,}59 \cdot 32{,}03 = 18{,}90 \text{ kNm}$$

Dit geeft de volgende gelijkmatig verdeelde bezwijklast volgens de 'Gemodificeerde κ_M -methode':

$$q_{u,Mod-\kappa} = \frac{8 \cdot M_{u,Mod-\kappa}}{L^2} = \frac{8 \cdot 18{,}90 \cdot 10^6}{2800^2} = 19{,}29 \text{ N/mm}$$

4.1.3 Gemodificeerde χ_{LT} -methode

Als alternatief kan de 'Gemodificeerde χ_{LT} -methode' worden gebruikt, waarbij de relatieve slankheid inclusief het effect van torsie $\bar{\lambda}_{MT}$ wordt gebruikt in combinatie met kipkromme 'a' van Eurocode 3 [4]. De reductiefactor χ_{LT} kan worden verkregen door gebruik te maken van respectievelijk de vergelijkingen (9) en (8):

$$\Phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{MT} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{MT}^2\right] = 0{,}5\left[1 + 0{,}21(1{,}22 - 0{,}2) + 1{,}22^2\right] = 1{,}35$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{MT}^2}} = \frac{1}{1{,}35 + \sqrt{1{,}35^2 - 1{,}22^2}} = 0{,}52$$

Het bezwijkmoment $M_{u,Mod-\chi}$ wordt dan met vergelijking (10):

$$M_{u,Mod-\chi} = \chi_{LT} \cdot M_{pl} = 0{,}52 \cdot 32{,}03 = 16{,}66 \text{ kNm}$$

Dit resulteert in de volgende gelijkmatig verdeelde bezwijklast volgens de 'Gemodificeerde χ_{LT} -methode':

$$q_{u,Mod-\chi} = \frac{8 \cdot M_{u,Mod-\chi}}{L^2} = \frac{8 \cdot 16{,}66 \cdot 10^6}{2800^2} = 17{,}00 \text{ N/mm}$$

4.1.4 Tweede-orde theorie, de α_ϑ-methode

De toetsingsregel van de α_ϑ-methode is niet eenvoudig toe te passen. De bezwijklast volgens deze methode is door een proces van proberen en verbeteren langs iteratieve weg gevonden [5] en geeft de volgende gelijkmatig verdeelde bezwijklast volgens de 'Tweede-orde theorie, de α_ϑ-methode': $q_{2nd} = 15{,}25$ N/mm, gebaseerd op Terrington's bi-moment [20].

4.1.5 Vereenvoudigde toetsingsregel

De toetsingsregel van dit voorstel is ook niet eenvoudig toe te passen en tijdrovend. Ook nu moet de bezwijklast door middel van een iteratieve methode worden bepaald. Elders uitgevoerde berekeningen [5] geven een gelijkmatig verdeelde bezwijklast volgens de 'Vereenvoudigde toetsingsregel' ter grootte van $q_{Simple} = 14{,}50$ N/mm.

4.1.6 Algemene methode

De relatieve slankheid volgt uit vergelijking (15):

$$\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{32{,}03}{35{,}56}} = 0{,}95$$

Met knikkromme 'd' voor U-profielen resulteert dit in de volgende reductiefactor:

$$\Phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + 0{,}76(0{,}5 - 0{,}2) + 0{,}95^2\right] = 1{,}24$$

$$\chi_{op} = \chi_{LT} = \frac{1}{1{,}24 + \sqrt{1{,}24^2 - 0{,}95^2}} = 0{,}49$$

Gebruik makend van vergelijking (14) met $\gamma_{M1} = 1$ wordt het bezwijkmoment M_{GM} als volgt berekend:

$$\alpha_{ult,k} = \frac{1}{\chi_{op}} = \frac{M_{pl}}{M_{GM}}$$

En dus:

$$M_{GM} = \chi_{op} \cdot M_{pl} = 0{,}49 \cdot 32{,}03 = 15{,}69 \text{ kNm}$$

Dit resulteert in de volgende gelijkmatig verdeelde bezwijklast volgens de 'Algemene methode':

$$q_{GM} = \frac{8 \cdot M_{GM}}{L^2} = \frac{8 \cdot 15{,}69 \cdot 10^6}{2800^2} = 16{,}01 \text{ N/mm}$$

4.2 Berekening met de eindige elementenmethode

Met een GMNIA berekening wordt de gelijkmatig verdeelde bezwijklast berekend op $q_{EEM} = 21{,}39$ N/mm. Deze bezwijklast geldt voor de situatie waarin restspanningen expliciet in rekening zijn gebracht in combinatie met geometrische imperfecties volgens de (Eulerse) kipvorm met een maximale amplitude van $L/1000$. Ter vergelijking is een additionele GMNIA berekening uitgevoerd zonder rechtstreeks restspanningen in rekening te brengen maar met een grotere amplitude van de geometrische imperfectie van $L/150$, als gegeven door Eurocode 3. In dat geval is de gelijkmatig verdeelde bezwijklast $q_{FEM,150} = 19{,}40$ N/mm.

4.3 Vergelijking van resultaten

In Figuur 5 worden de resultaten getoond voor de aangepaste UPE160 doorsnede met een overspanning van 2800 mm, onderworpen aan een gelijkmatig verdeelde belasting aangebracht op de bovenflens. Het last-verplaatsingsdiagram toont beide krommes voor een imperfectie ter grootte van $L/1000$ met restspanningen en voor een imperfectie ter grootte van $L/150$ zonder restspanningen.
De resultaten worden ook vergeleken in Tabel 2. Er wordt duidelijk aangetoond dat alle bezwijklasten van de voorgestelde toetsingsregels een onderschatting geven van de bezwijklasten volgens de GMNIA berekeningen, zelfs in het geval de grootte van de imperfectie $L/150$ is. De 'Gemodificeerde Merchant-Rankine methode' en de 'Gemodificeerde κ_M -methode' laten de kleinste onderschattingen zien.

Aangezien de bezwijklasten volgens de 'Tweede-orde theorie, de α_ϑ -methode' en de 'Vereenvoudigde toetsingsregel' verschillen laten zien van ±30% ten opzichte van de bezwijklasten bepaald met GMNIA, worden ze in een parameterstudie hierna buiten beschouwing gelaten.

4.4 Samenvatting van de overgebleven toetsingsregels

De overgebleven toetsingsregels kunnen worden gepresenteerd in de vorm van kipkrommes die reductiefactor χ_{LT} relateren aan de relatieve slankheid $\bar{\lambda}_{LT}$. De resultaten worden weergegeven in Figuur 6.

5. Parameterstudie

Voor een zorgvuldige evaluatie en vergelijking van de overgebleven toetsingsregels wordt een uitgebreide parameterstudie uitgevoerd.

5.1 Doorsneden

Alleen aangepaste doorsneden, dat wil zeggen zonder de afrondingsstralen, worden gebruikt met afmetingen die overeenkomen met nominale UPE-profielen. UPE-profielen zijn beschikbaar met hoogtes van 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 240, 270, 300, 330, 360 en 400 mm. Niet elke beschikbare doorsnede wordt onderzocht. Tabel 3 geeft aan welke doorsneden in de parameterstudie worden opgenomen.

5.2 Overspanningen

De overspanningen worden beperkt tot het gebruikelijke toepassingsgebied van het profiel. Voor de verhouding van de overspanning tot de hoogte van de doorsnede geldt dan $15 \le L/h \le 40$. Dit resulteert in het aantal overspanningen per doorsnede als weergegeven in Tabel 3. Voor alle overspanningen is in Tabel 3 het aantal elementen in lengterichting tussen haken weergegeven. Voor de doorsneden met hoogte 80, 120 en 160 mm wordt de overspanning telkens met 400 mm verhoogd. Voor de doorsneden met hoogte 200, 270, 330 en 400 mm wordt de overspanning met stappen van telkens 1000 mm verhoogd. Dit geeft een minimum van 6 en een maximum van 11 overspanningen per doorsnede.

5.3 Belastinggevallen

De belastingen worden excentrisch aangebracht in de hartlijn van het lijf. Twee soorten belastingen worden beschouwd: een gelijkmatig verdeelde belasting over de volle lengte van de ligger en een puntlast in het midden van de ligger. Voor elk soort belasting worden drie aangrijpingspunten van de belasting over de hoogte van het profiel onderzocht. De aangrijpingspunten A, B en C bevinden zich respectievelijk op de hoogte van de hartlijn van de bovenflens, in het midden van het lijf en op de hoogte van de hartlijn van de onderflens; zie Figuur 7.

5.4 Resultaten

De resultaten van de GMNIA berekeningen worden vergeleken met die verkregen met de voorgestelde overgebleven toetsingsregels in termen van bezwijklasten in een weergave als kipkromme vergelijkbaar met Figuur 6. In de Figuren 8 tot 10 worden de resultaten weergegeven voor een gelijkmatig verdeelde belasting aangebracht respectievelijk op de bovenflens, in het midden van het lijf en op de onderflens. In de Figuren 11 tot 13 worden de resultaten getoond voor een puntlast aangebracht respectievelijk op de bovenflens, in het midden van het lijf en op de onderflens. Alle resultaten voor één soort belasting aangebracht op één locatie worden in één grafiek tezamen weergegeven voor alle doorsneden beschouwd in dit onderzoek.

5.5 Bespreking van de resultaten

Uit de Figuren 8 tot 13 blijkt dat de bezwijklasten volgens de 'Gemodificeerde Merchant-Rankine methode' niet altijd lager zijn dan (en daarmee niet altijd veilig zijn ten opzichte van) de bezwijklasten verkregen met de GMNIA berekeningen. Daarentegen zijn de bezwijklasten verkregen met de 'Gemodificeerde κ_M -methode' wel altijd lager dan (en daarmee veilig ten opzichte van) de bezwijklasten verkregen met de GMNIA berekeningen. In veel gevallen zijn deze bezwijklasten zelfs erg veilig. De 'Gemodificeerde χ_{LT} -methode' is zelfs nog conservatiever. Voor alle gevallen geeft de 'Algemene Methode' de veiligste resultaten.
Uit de Figuren 8 tot 13 blijkt dat de krommes voor de 'Gemodificeerde κ_M -methode' en de 'Gemodificeerde χ_{LT} -methode' naar beneden buigen voor relatieve slankheden kleiner dan 0,8 en dus worden de reductiefactoren kleiner bij afnemende relatieve slankheid. Hetzelfde geldt indien de GMNIA resultaten in detail worden bestudeerd. Dit verschijnsel wordt veroorzaakt door de invloed van torsie met verhinderde welving op de plastische doorsnedecapaciteit bij gecombineerde buiging, afschuiving en torsie. De sterkte-eis bepaalt in dit slankheidsgebied het gedrag van de liggers.
Op grond van het uitgebreide onderzoek, uitgevoerd naar de kipstabiliteit van liggers met een U-vormige doorsnede die excentrisch wordt belast, is het mogelijk een nieuwe toetsingsregel voor te stellen.

6. Nieuwe toetsingsregel

Onder de bestudeerde voorstellen voor toetsingsregels blijkt de 'Gemodificeerde κ_M -methode' de beste te zijn. Echter, deze methode maakt gebruik van de kipkrommes volgens de DIN en bovendien kan de prestatie van deze toetsingsregel worden verbeterd. Om toch de kipkrommes van Eurocode 3 te gebruiken in de toetsingsregel voor de kipstabiliteit van op buiging belaste liggers met U-vormige doorsnede die excentrisch wordt belast, wordt gesuggereerd om de 'Gemodificeerde χ_{LT} -methode' als basis voor een nieuwe toetsingsregel te gebruiken.
Figuur 14 toont alle GMNIA resultaten uit de parameterstudie alsmede de kromme die geldt voor de 'Gemodificeerde χ_{LT} -methode'. Er zijn twee principieel verschillende manieren om er voor te zorgen dat de kipkrommes van Eurocode 3 grotere reductiefactoren opleveren voor excentrisch belaste U-profielen. De eerste manier bestaat uit het algebraïsch herdefiniëren van de kipkromme, bijvoorbeeld door een constante op te tellen bij de vergelijking voor de kipkromme volgens Eurocode 3. Dit zou de introductie van een nieuwe kipkromme inhouden. Om dit te voorkomen wordt een tweede manier voorgesteld, waarbij de relatieve slankheid voor kipstabiliteit $\overline{\lambda}_{MT}$ als gegeven in vergelijking (6) wordt gereduceerd door de torsieterm $\overline{\lambda}_T$ in deze vergelijking aan te passen.

Deze methode leidt tot het volgende voorstel voor een nieuwe toetsingsregel. De toetsingsregel luidt:

$$\frac{M}{\chi_{LT} \cdot M_{pl}} \leq 1{,}0 \tag{17}$$

De relatieve slankheid zonder rekening te houden met het effect van torsie is:

$$\overline{\lambda}_M = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} \tag{18}$$

De aangepaste torsieterm is:

$$\begin{array}{lll} \overline{\lambda}_T = 1{,}0 - \overline{\lambda}_M & \text{als} & 0{,}5 \leq \overline{\lambda}_M < 0{,}80 \\ \overline{\lambda}_T = 0{,}43 - 0{,}29\overline{\lambda}_M & \text{als} & 0{,}80 \leq \overline{\lambda}_M < 1{,}5 \\ \overline{\lambda}_T = 0 & \text{als} & \overline{\lambda}_M \geq 1{,}5 \end{array} \tag{19}$$

De uitdrukking voor de relatieve slankheid inclusief het effect van torsie is nog steeds:

$$\overline{\lambda}_{MT} = \overline{\lambda}_M + \overline{\lambda}_T \tag{20}$$

De verdere procedure ter verkrijging van de reductiefactor volgt Eurocode 3. De reductiefactor voor kipstabiliteit inclusief het effect van torsie wordt:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \overline{\lambda}_{MT}^2}} \tag{21}$$

Waarin:

$$\Phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\overline{\lambda}_{MT} - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}_{MT}^2\right] \tag{22}$$

Met $\alpha_{LT} = 0{,}21$ voor kipkromme ‘a’.

Deze aanpassing van de torsieterm is gebaseerd op de volgende overwegingen.

- Voor waarden van de relatieve slankheid $\overline{\lambda}_M$ groter dan 1,5 geeft kipkromme ‘a’ redelijk goede resultaten. Dit betekent dat de torsieterm kan worden verwaarloosd in dit deel van het diagram: dat wil zeggen $\overline{\lambda}_T = 0$ voor $\overline{\lambda}_M \geq 1{,}5$.
- De ‘Gemodificeerde κ_M-methode’ geeft een maximale waarde voor de reductiefactor ter grootte van 0,67. Kipkromme ‘a’ geeft een reductiefactor $\chi_{LT} = 0{,}67$ voor $\overline{\lambda}_{LT} = 1{,}0$. Door de torsieterm gelijk te nemen aan $\overline{\lambda}_T = 1{,}0 - \overline{\lambda}_M$ voor $0{,}5 \leq \overline{\lambda}_M < 0{,}80$, wordt de maximale waarde van de reductiefactor ook 0,67. Immers, als $\overline{\lambda}_M = 0{,}5$ dan geldt $\overline{\lambda}_T = 1{,}0 - \overline{\lambda}_M = 1{,}0 - 0{,}5 = 0{,}5$ en $\overline{\lambda}_{MT} = \overline{\lambda}_M + \overline{\lambda}_T = 0{,}5 + 0{,}5 = 1{,}0$ en dus $\chi_{LT} = 0{,}67$.
  Evenzo: als $\overline{\lambda}_M = 0{,}8$ dan geldt $\overline{\lambda}_T = 1{,}0 - \overline{\lambda}_M = 1{,}0 - 0{,}8 = 0{,}2$ en $\overline{\lambda}_{MT} = \overline{\lambda}_M + \overline{\lambda}_T = 0{,}8 + 0{,}2 = 1{,}0$ en vervolgens $\chi_{LT} = 0{,}67$.
- Voor tussenliggende waarden van de relatieve slankheid, dat wil zeggen voor $0{,}80 \leq \overline{\lambda}_M < 1{,}5$, is de waarde van de torsieterm zodanig aangepast dat een geleidelijke overgang wordt verkregen.

Het effect van het aanpassen van de torsieterm wordt weergegeven in Figuur 14.

7. Conclusies

De bezwijklasten volgens vijf voorgestelde toetsingsregels voor de kipstabiliteit van op buiging belaste liggers met een U-profiel als doorsnede en onderworpen aan een excentrische belasting zijn vergeleken met bezwijklasten verkregen met geometrische en materiaal niet-lineaire analyses op liggers met imperfecties (GMNIA). Uit een uitgebreide parameterstudie blijkt dat:

- de ‘Gemodificeerde Merchant-Rankine methode’ [3] niet altijd leidt tot veilige resultaten;

- de ‘Gemodificeerde κ_M -methode’ [8] acceptabele resultaten geeft maar gebaseerd is op kipkrommes volgens de DIN;
- de ‘Gemodificeerde χ_{LT} -methode’ tot erg veilige resultaten leidt maar een goede basis biedt voor het ontwikkelen van een nieuwe toetsingsregel;
- de ‘Tweede-orde theorie, de α_ϑ -methode’ [9] en de ‘Vereenvoudigde toetsingsregel’ [15] nogal conservatieve waarden geven voor de bezwijklasten en een iteratieve rekenmethode vereisen;
- de ‘Algemene methode’ van Eurocode 3 erg conservatieve resultaten geeft.

Gebaseerd op een uitgebreide numerieke parameterstudie wordt een nieuwe toetsingsregel voorgesteld voor de kipstabiliteit van op buiging belaste liggers met een U-profiel als doorsnede, die excentrisch worden belast met een verhouding van de overspanning tot de hoogte van 15 tot 40. De voorgestelde nieuwe toetsingsregel is gebaseerd op de ‘Gemodificeerde κ_M -methode’ [8] en is aangepast in lijn met Eurocode 3. De voorgestelde nieuwe toetsingsregel is afgeleid voor een excentrische belasting door de hartlijn van het lijf van het U-profiel.

De auteurs suggereren dat de voorgestelde nieuwe toetsingsregel veilig kan worden toegepast voor belasting die aangrijpt op alle verticale lijnen tussen het dwarskrachtencentrum en de hartlijn door het lijf.

Er wordt aanbevolen om meer excentriciteiten te onderzoeken dan die corresponderend met een aangrijpingspunt van de belasting op de hartlijn van het lijf. Omdat de sterkte-eis bepalend is voor het gedrag van op buiging belaste liggers met U-vormige doorsnede bij kleine relatieve slankheden, wordt aanbevolen om onderzoek te doen naar de plastische capaciteit van U-profielen onder gecombineerde buiging, afschuiving en torsie.

Literatuur

[1] *Snijder, H.H., Hoenderkamp, J.C.D., Bakker, M.C.M., Steenbergen, H.M.G.M., Louw, K. de*: Design rules for lateral torsional buckling of channel sections subject to web loading, Stahlbau 77 (2008), pp. 247-256.

[2] *Snijder, H.H., Poutré, D.B. la, Hoenderkamp, J.C.D.*: Aanzet tot een toetsingsregel voor kipstabiliteit van U-profielen, Syllabus BmS-TU/e Techniekdag Eindhoven, 21 maart 2002, Capaciteitsgroep Constructief Ontwerpen, Faculteit Bouwkunde, TU Eindhoven, ISBN 90-6814-134-1, Eindhoven, 2002, blz. 59-73.

[3] *Poutré, D.B. la, Snijder, H.H., Hoenderkamp, J.C.D.*: Design method for lateral torsional buckling of channel shaped beams, SSRC Annual Stability Conference Proceedings 2002, Gainesville (Florida): SSRC 2002, pp. 311-326.

[4] EN1993-1-1, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, January 2006.

[5] *Louw, C.H.M. de*: Design rule for lateral torsional buckling of channel section, MSc Thesis Nr. O-2007.21, Department of Architecture Building and Planning, Eindhoven University of Technology, The Netherlands: 2007.

[6] *Poutré, D.B. la, Snijder, H.H., Hoenderkamp, J.C.D.*: Lateral Torsional Buckling of Channel Shaped Beams - Experimental Research, Proceedings of the Third International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures held in Lisbon (Portugal), Eds. D. Camotim, D. Dubina and J. Rondal, London: Imperial College Press 2000, pp. 265-272.

[7] *Snijder, H.H., Bijlaard, F.S.K., Steenbergen, H.G.M.*: FEM Simulations of Lateral Torsional Buckling Experiments on Channel Sections Loaded in Bending, Proceedings of the 3rd European Conference on Steel Structures, Coimbra, Portugal 19-20 September 2002, eds. A. Lamas and L.S. da Silva, Eurosteel 2002, pp. 201-210.

[8] *Kindmann, R., Frickel, J.*: Tragfähigkeit von U-Profilen bei Biegung und Torsion, Rubstahl-Bericht 1, 2002.

[9] *Frickel, J.*: Bemessung von Trägern unter Biegung und Torsion nach Th. II. Ordnung, Rubstahl-Bericht 2, 2002.

[10] *Kraus, M.*: Genaue Torsionskenngrössen von UPE- und UAP-Profilen auf Grundlage der FE-Methode, Rubstahl-Bericht 3, 2005.

[11] *Kraus, M.*: Zur Berechnung maximaler Wölbordinaten der Torsion, Rubstahl-Bericht 1, 2006.

[12] *Kindmann, R., Muszkiewicz, R.*: Biegedrillknickmomente und Eigenformen von Biegeträgern unter Berücksichtigung der Drehbettung, Stahlbau 73 (2004), pp. 98-106.

[13] *Vayas, I.*: Biegedrillknicken von Trägern mit einfach-symmetrischen Profilen, Stahlbau 73 (2004), pp. 107-115.

[14] *Kindmann, R., Wolf, C.*: Ausgewählte Versuchsergebnisse und Erkenntnisse zum Tragverhalten von Stäben aus I- und U-Profilen, Stahlbau 73 (2004), pp. 683-692.

[15] *Lindner, J., Glitsch, T.*: Vereinfachter Nachweis für I- und U-Träger beansprucht durch doppelte Biegung und Torsion, Stahlbau 73 (2004), pp. 704-715.

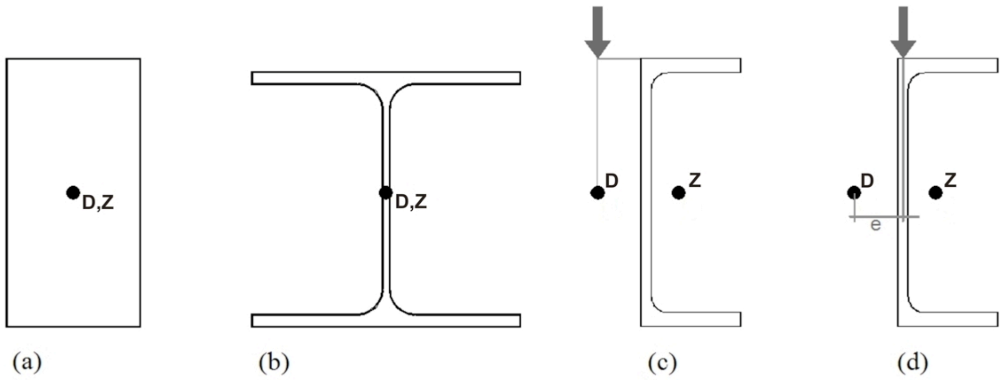
[16] *Rubin, H.*: Zur plastischen Tragfähigkeit von 3-Blech-Querschnitten unter Normalkraft, doppelter Biegung und Wölbkrafttorsion, Stahlbau 74 (2005), pp. 47-61.

[17] *Kindmann, R.*: Neue Berechnungsformel für das I_T von Walzprofilen und Berechnung der Schubspannungen, Stahlbau 75 (2006), pp. 371-374.

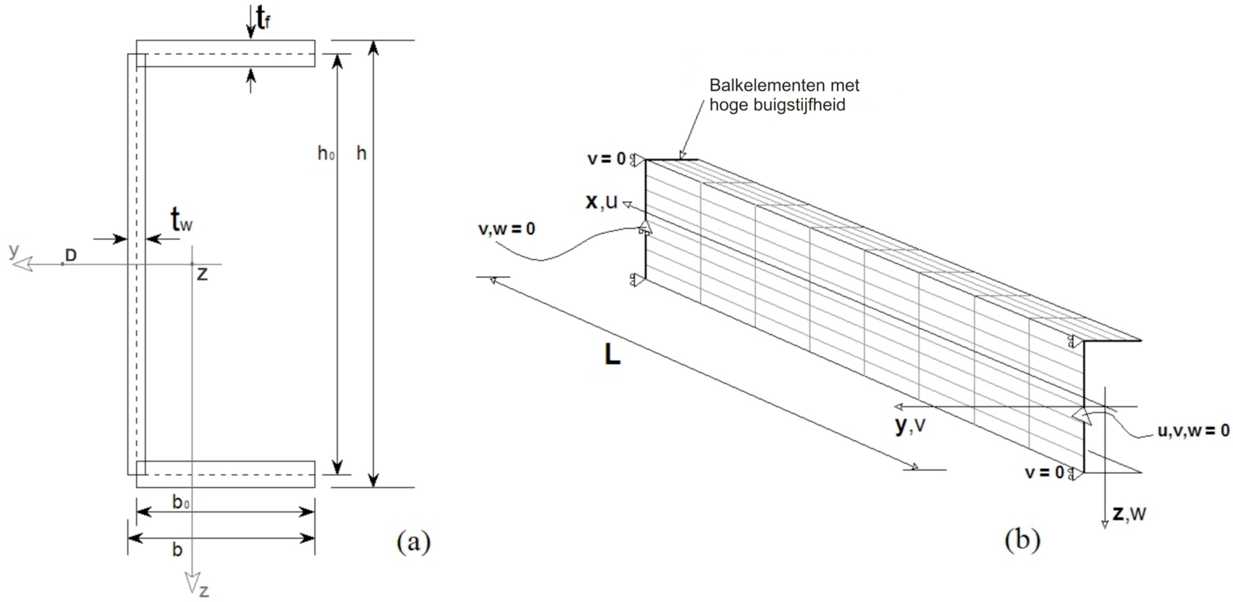
[18] DIN 18800 Teil 1: Stahlbauten, Bemessung und Konstruktion, Ausgabe 11/1990.

[19] *Lechner, A. and Greiner, R.*: Application of the equivalent column method for flexural buckling according to new EC3-rules, Eurosteel 2005 - 4th European Conference on Steel and Composite Structures, Research – Eurocodes – Practice, Maastricht, The Netherlands, June 8-10, 2005, Proceedings Volume A, Eds. B. Hoffmeister and O. Hechler, ISBN 3-86130-812-6, Aachen: Druck und Verlagshaus Mainz GmbH 2005, pp. 1.4-17 – 1.4-24.

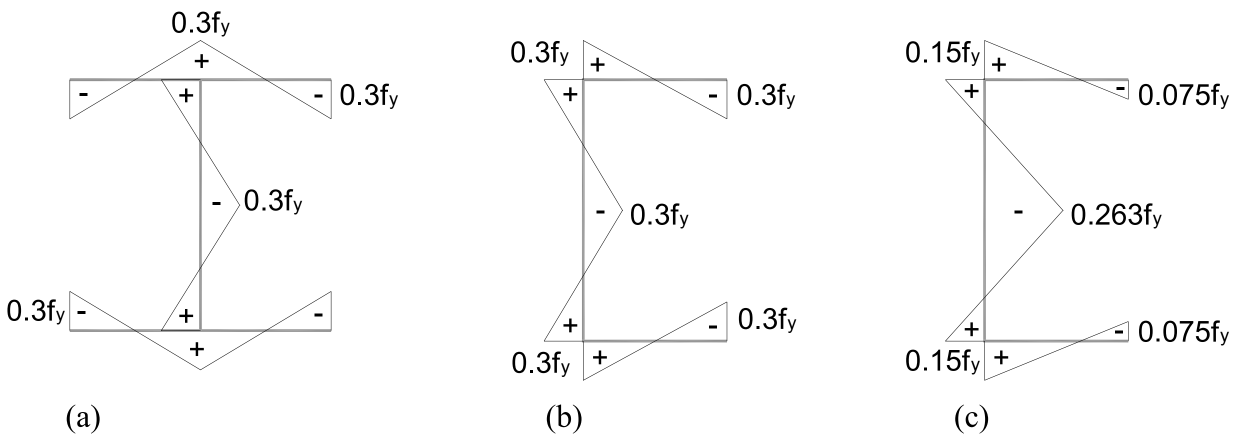
[20] *Terrington, J.S.*: Combined bending and torsion of beams and girders (Part I & II) London: Crosby Lockwood & Son Ltd: 1967.



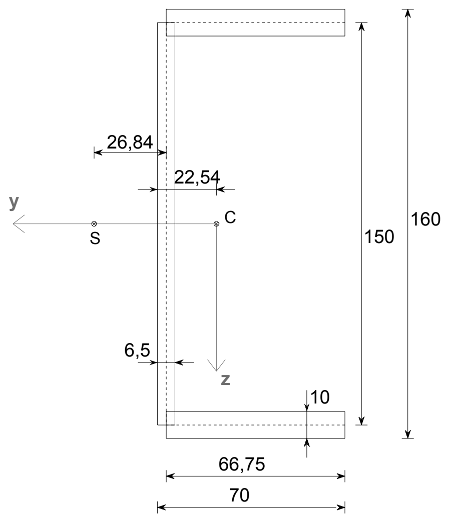
Figuur 1: Doorsneden van staalprofielen: (a) massief, (b) dubbelsymmetrisch, (c) enkelvoudig symmetrisch, centrisch belast en (d) enkelvoudig symmetrisch excentrisch belast.



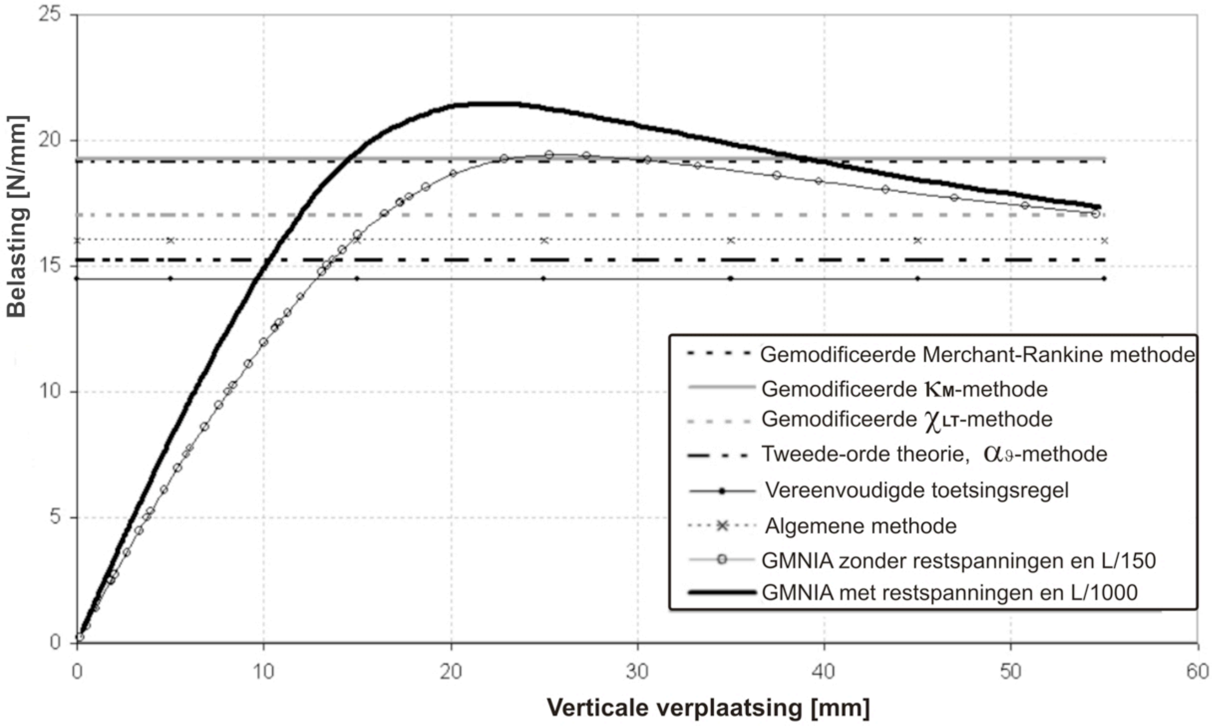
Figuur 2: Eindig elementenmodel: (a) doorsnede, (b) lengterichting en oplegcondities.



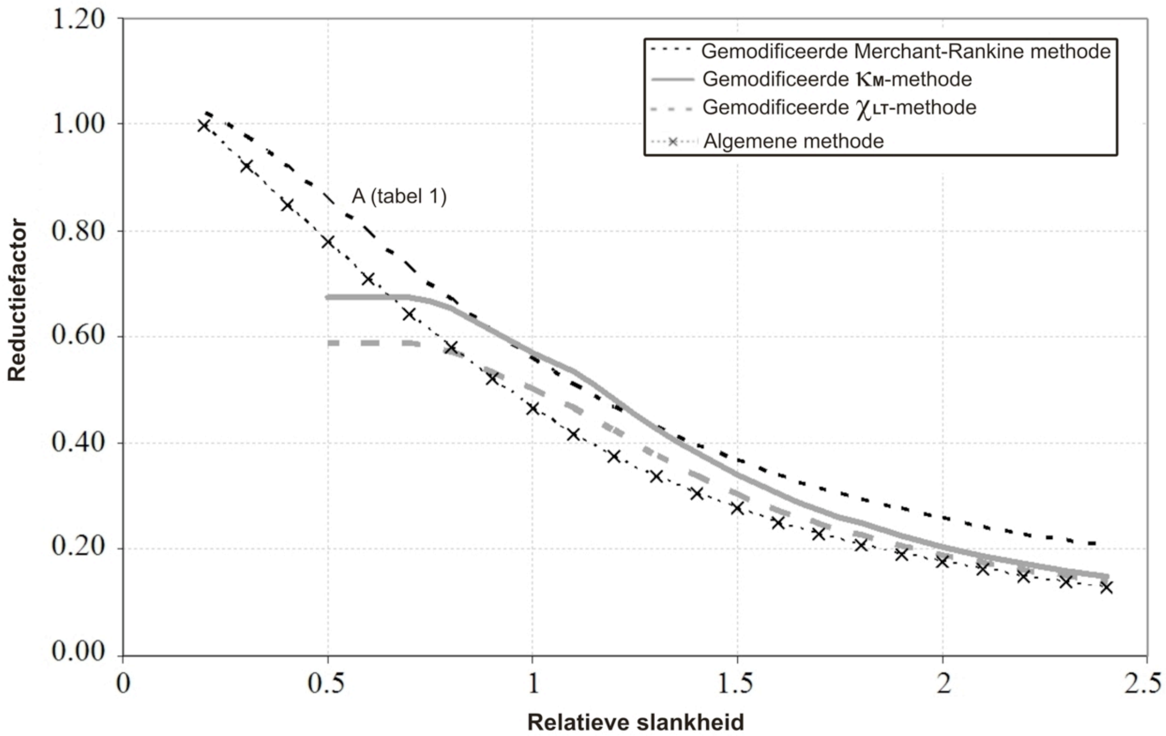
Figuur 3: Restspanningen: (a) IPE-profiel, (b) U-profiel, patroon als gehalveerd IPE-profiel (c) U-profiel, theoretisch patroon.



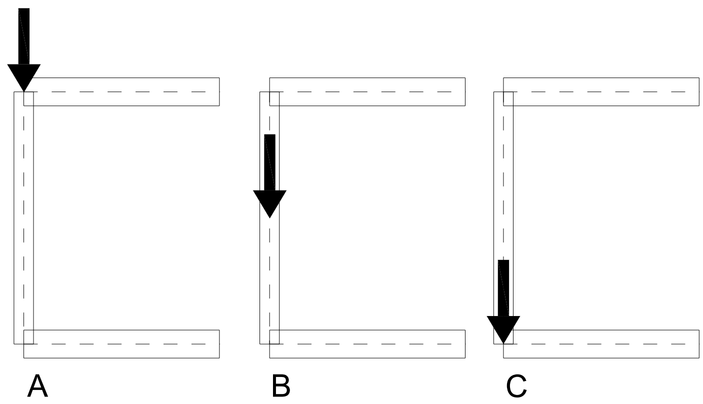
Figuur 4: Afmetingen van de doorsnede.



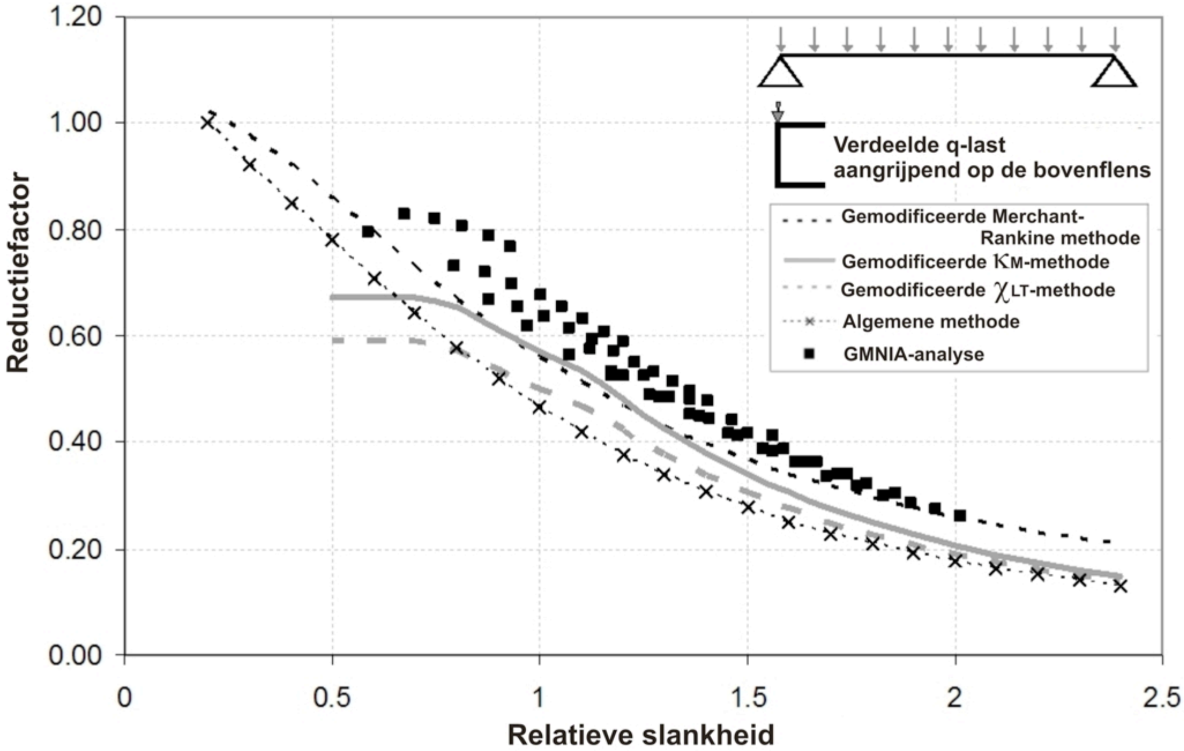
Figuur 5: Last-verplaatsingsdiagram met bezwijklasten volgens de toetsingsregels (UPE160, overspanning 2800 mm, gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenflens).



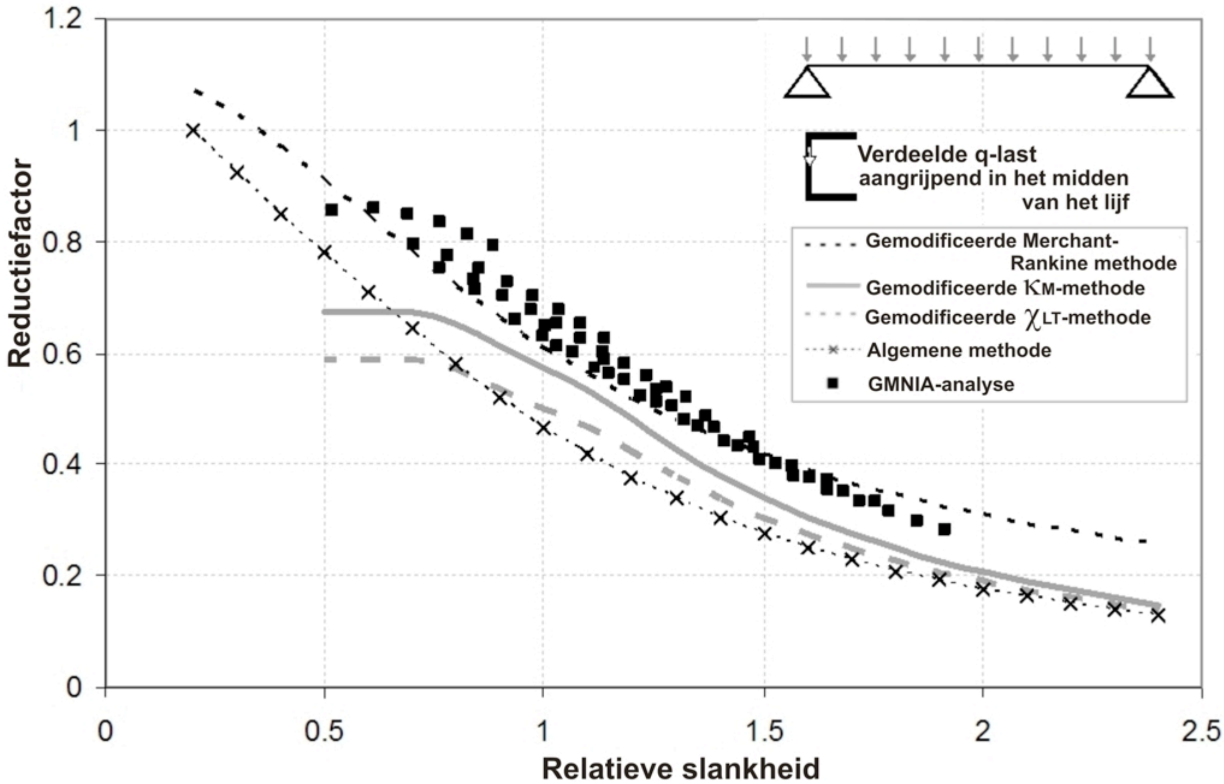
Figuur 6: Vergelijking van bestudeerde toetsingsregels in de vorm van kipkrommes.



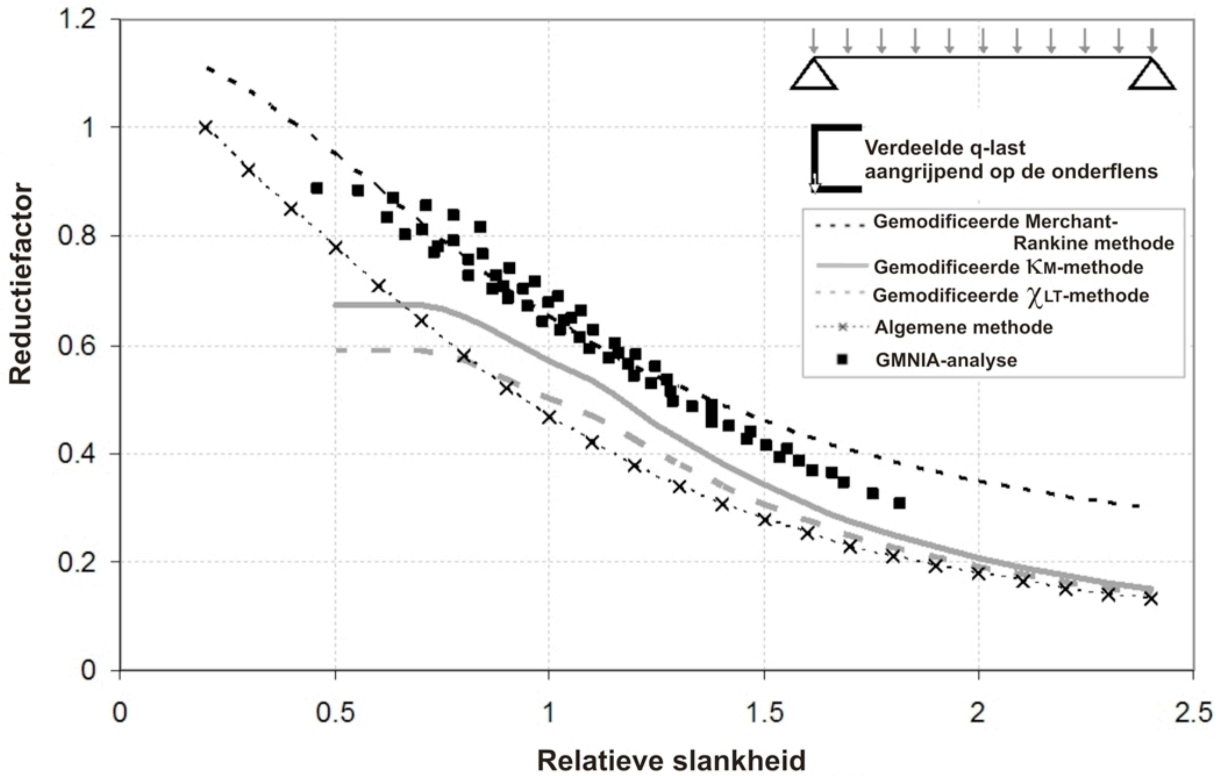
Figuur 7: Aangrijpingspunten van de belasting.



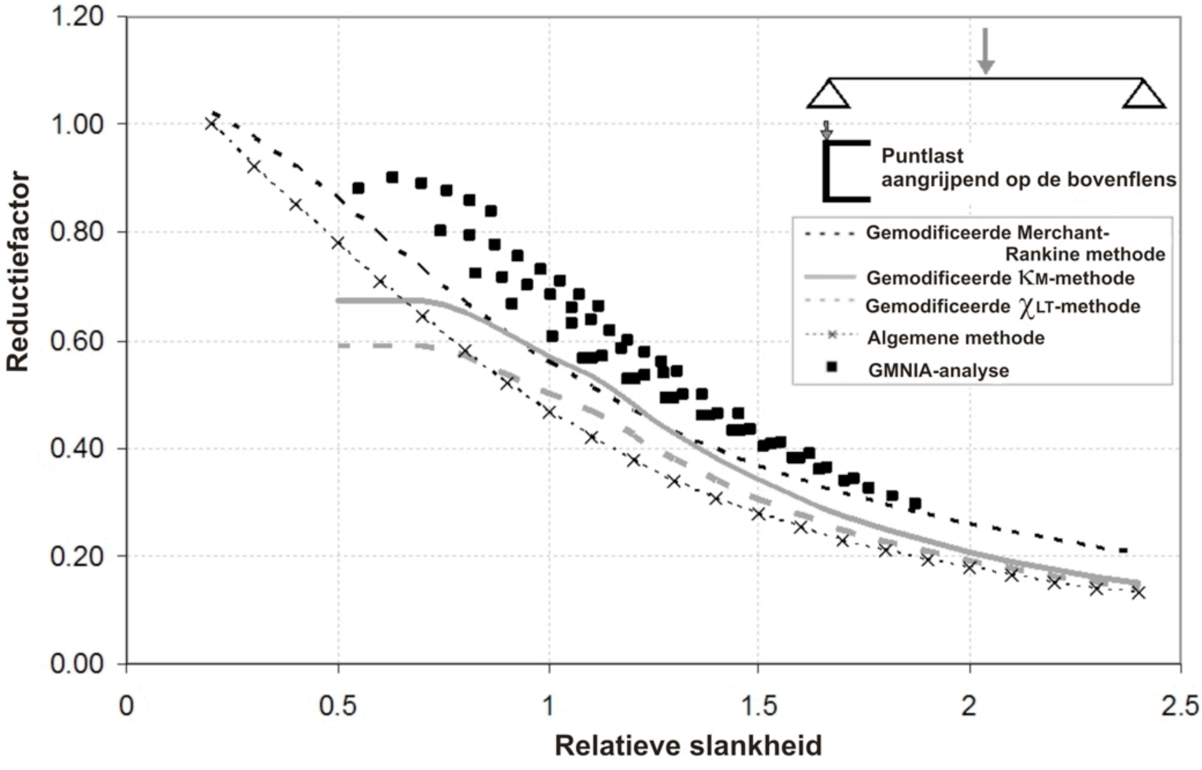
Figuur 8: Resultaten voor gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenflens.



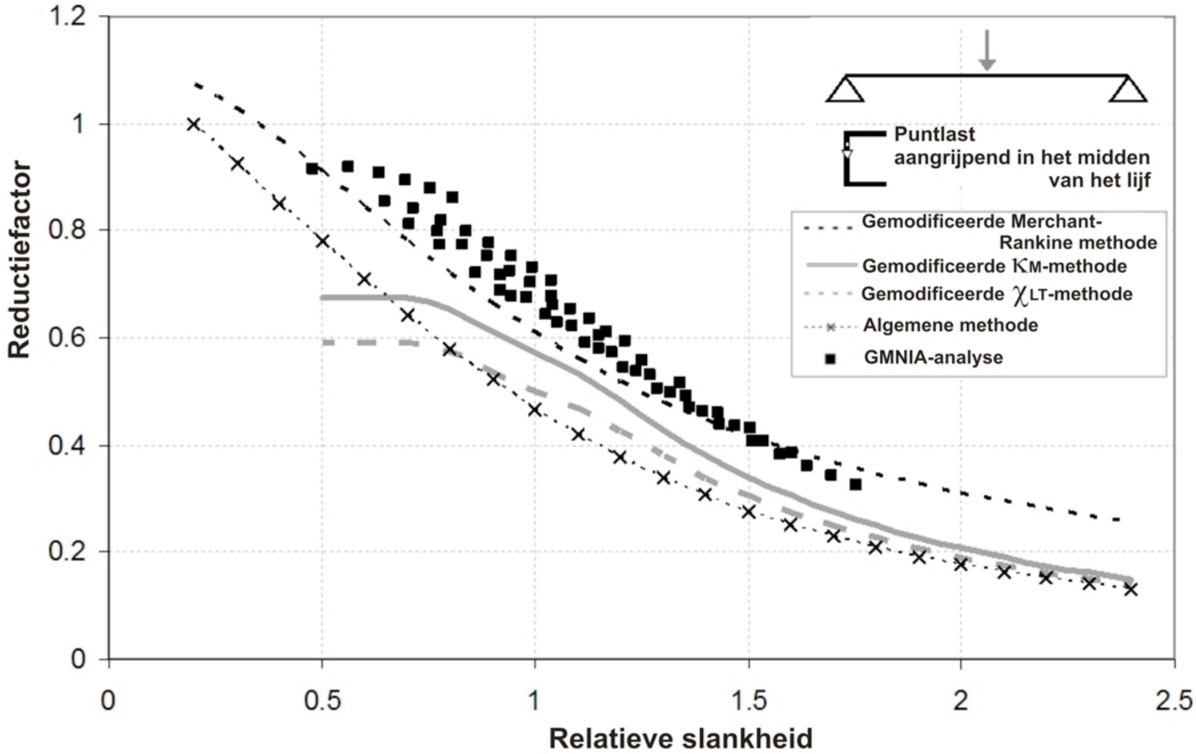
Figuur 9: Resultaten voor gelijkmatig verdeelde belasting in het midden van het lijf.



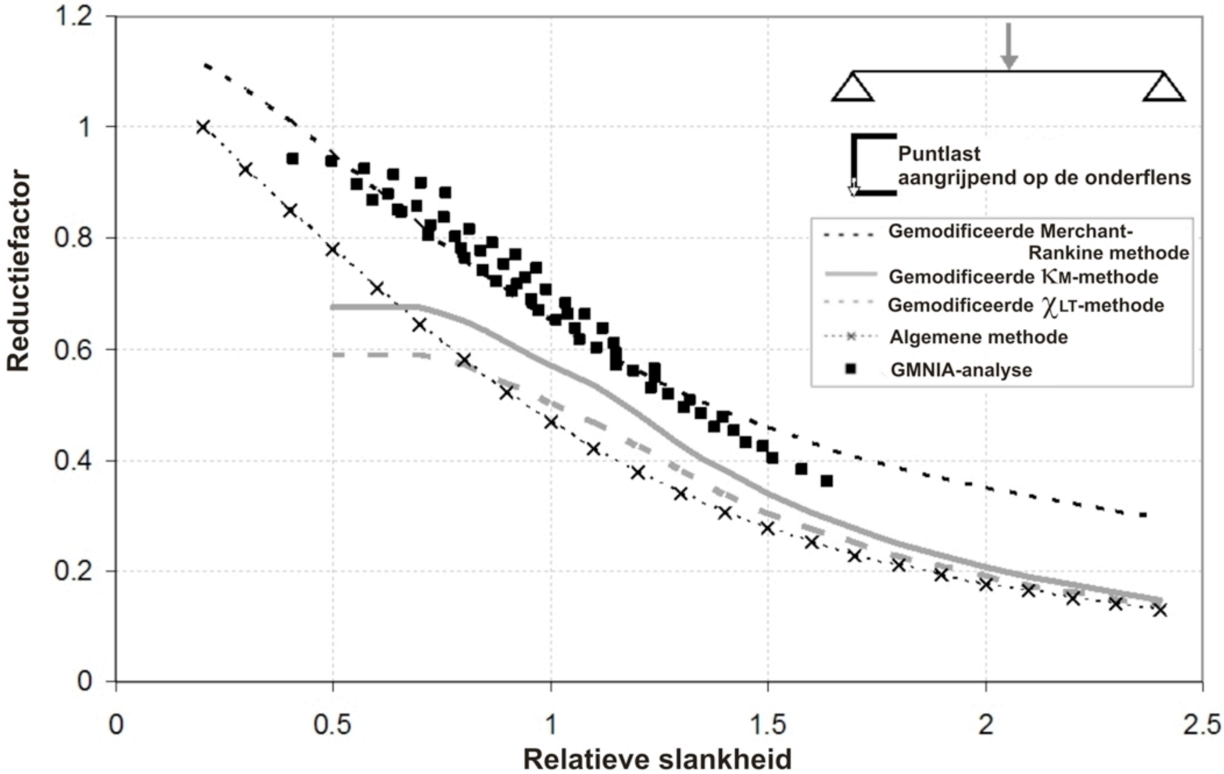
Figuur 10: Resultaten voor gelijkmatig verdeelde belasting op de onderflens.



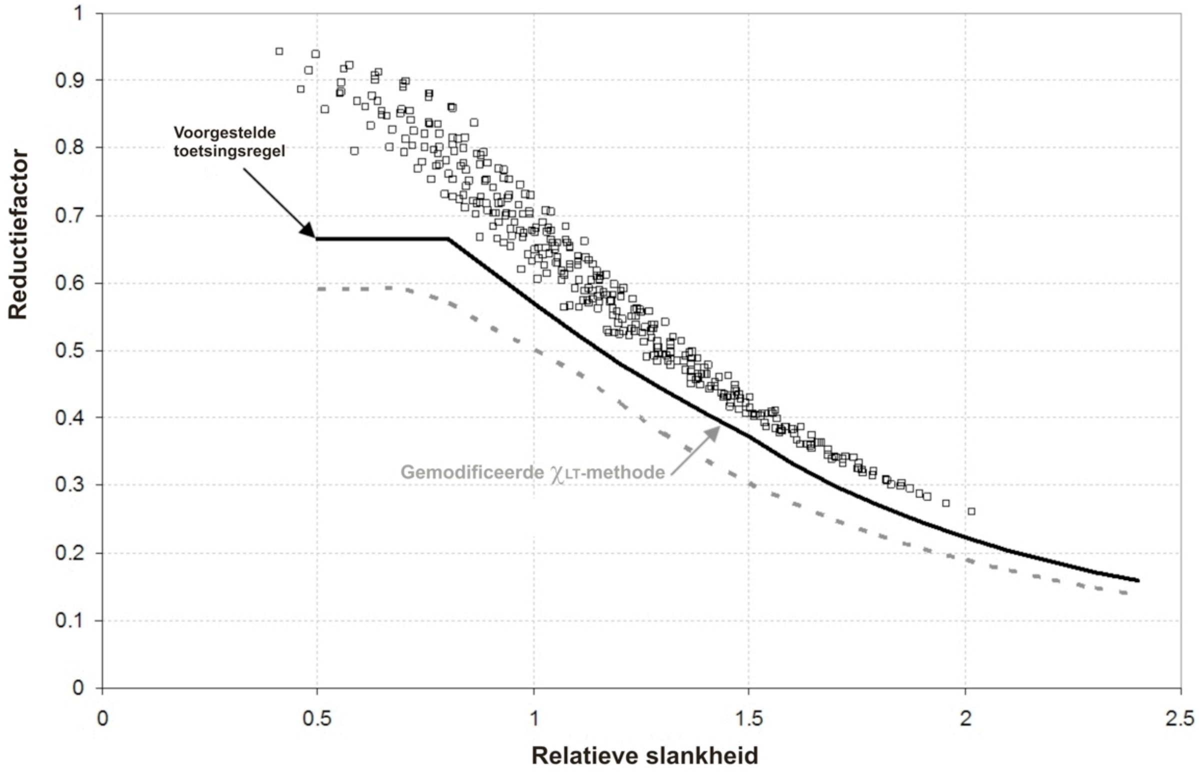
Figuur 11: Resultaten voor een puntlast op de bovenflens.



Figuur 12: Resultaten voor een puntlast in het midden van het lijf.

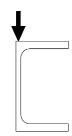
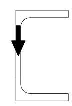
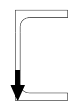


Figuur 13: Resultaten voor een puntlast op de onderflens.



Figuur 14: Voorstel voor een nieuwe toetsingsregel afgezet tegen alle GMNIA resultaten.

Tabel 1: Correctiefactoren voor de 'Gemodificeerde Merchant-Rankine methode'.

Belastinggeval	Aangrijpingspunt van de belasting		μ [-]
	A		0,06
	B		0,11
	C		0,15

Tabel 2: Vergelijking van bezwijklasten (UPE 160, overspanning 2800 mm, gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenflens).

	Bezwijklast	Afwijking $\left[\frac{q_{EEM}-q}{q_{EEM}}*100\right]$
GMNIA Imperfectie L/1000 met restspanningen q_{EEM}	21,39 N/mm	0,00 %
GMNIA Imperfectie L/150 zonder restspanningen	19,40 N/mm	9,30 %
1 – Gemodificeerde Merchant-Rankine methode	19,16 N/mm	10,42 %
2 – Gemodificeerde κ_M-methode	19,29 N/mm	9,82 %
3 – Gemodificeerde χ_{LT} -methode	17,00 N/mm	20,52 %
4 – Tweede-orde theorie, de α_ϑ-methode	13,18 N/mm	38,38 %
5 – Vereenvoudigde toetsingsregel	14,50 N/mm	32,21 %
6 – Algemene methode	16,01 N/mm	25,15 %

Tabel 3: UPE-doorsneden met beschouwde overspanningen.

UPE	Overspanning [m]	(*)
80	1,2	(28)
	1,6	(28)
	2	(28)
	2,4	(28)
	2,8	(28)
	3,2	(32)
120	2	(28)
	2,4	(28)
	2,8	(28)
	3,2	(32)
	3,6	(36)
	4	(40)
	4,4	(44)
	4,8	(48)
160	2,4	(28)
	2,8	(28)
	3,2	(32)
	3,6	(36)
	4	(40)
	4,4	(44)
	4,8	(48)
	5,2	(52)
	5,6	(56)
	6	(60)
	6,4	(64)
200	3	(30)
	4	(40)
	5	(50)
	6	(60)
	7	(70)
	8	(80)
270	4	(40)
	5	(50)
	6	(60)
	7	(70)
	8	(80)
	9	(90)
	10	(100)
	11	(110)
330	5	(50)
	6	(60)
	7	(70)
	8	(80)
	9	(90)
	10	(100)
	11	(110)
	12	(120)
	13	(130)
400	6	(60)
	7	(70)
	8	(80)
	9	(90)
	10	(100)
	11	(110)
	12	(120)
	13	(130)
	14	(140)
	15	(150)
	16	(160)

(*) Aantal elementen over de lengte